

# Studi Perbandingan Perancangan Kendali Motor DC dengan Sistem Linear Quadratic Regulator dan LQR-PID

Rahajeng Kurnianingtyas<sup>1</sup>, Firda Julianita Pradina Putri<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> Politeknik Negeri Indramayu, Jl.Raya Lohbener Lama No.08 Indramayu 45252

INFORMASI ARTIKEL	<b>A B S T R A K</b>
<p>Received: September 18, 2024 Revised: Nopember 13, 2024 Available online: Nopember 15, 2024</p>	<p>Di dalam sebuah sistem perlu adanya perancangan sebuah sistem pengendali yang baik untuk mendapatkan nilai keluaran (<i>output</i>) atau hasil yang diinginkan. Motor DC sering digunakan karena kontrol kecepatan yang presisi dalam dunia industri. Dalam penelitian ini, sistem akan di simulasikan sedemikian rupa dengan menggunakan program Matlab dengan sistem kendali <i>linear quadratic regulator</i>. Tahapan penelitian dimulai dengan pemodelan sistem motor DC berdasarkan data masukan (tegangan) dan keluaran (torsi dan arus), menggunakan pendekatan <i>state space</i> yang dirancang dengan metode parametrik. Sistem kendali LQR dirancang untuk mencapai keseimbangan antara biaya energi kontrol dan performa sistem melalui penggunaan matriks bobot Q dan R. Simulasi menggunakan Matlab menunjukkan bahwa LQR memberikan <i>rise time</i> dan <i>settling time</i> yang lebih cepat, tetapi LQR-PID menghasilkan stabilitas yang lebih baik meskipun respons sistem sedikit lebih lambat. Validasi model dilakukan dengan membandingkan grafik keluaran model dengan hasil aktual, menunjukkan kesesuaian yang memadai antara model dan sistem. Hasil penelitian ini menyimpulkan bahwa LQR-PID memberikan kinerja yang lebih stabil untuk aplikasi motor DC dibandingkan dengan LQR. Berdasarkan penelitian yang dilakukan simulasi <i>plant</i> dengan sistem kendali <i>LQR PID</i> mempunyai nilai <i>settling time</i> 2.5 sekon dan <i>rise time</i> 2 sekon. Sedangkan <i>plant</i> dengan sistem kendali <i>LQR</i> mempunyai <i>settling time</i> dengan waktu 1.1 sekon dan <i>rise time</i> 1.05 sekon. Meskipun <i>plant</i> dengan sistem kendali <i>LQR</i> memiliki <i>settling time</i> dan <i>rise time</i> lebih cepat tetapi respon yang dihasilkan lebih stabil menggunakan sistem kendali <i>LQR PID</i>. Pada sistem <i>LQR</i> respon setelah mencapai <i>steady state</i> cenderung lebih tinggi daripada <i>setpoint</i>.</p> <p>Kata kunci— Motor DC, <i>LQR</i>, <i>PID</i>, Matlab</p>
CORRESPONDENCE	<b>A B S T R A C T</b>
<p>E-mail: rahajengkurnianingtyas@polindra.ac.id</p>	<p><i>In a system, it is necessary to design a good control system to obtain the desired output value or result. DC motors are often used because of their precise speed control in the industrial world. In this research, the system will be simulated in such a way using the Matlab program with a linear quadratic regulator control system. The research stage begins with modeling a DC motor system based on input (voltage) and output (torque and current) data, using a state space approach designed using parametric methods. The LQR control system is designed to achieve a balance between control energy costs and system performance through the use of weight matrices Q and R. Simulations using Matlab show that LQR provides faster rise time and settling time, but LQR-PID produces better stability even though the system response a little slower. Model validation is carried out by comparing the model output graphs with actual results, showing adequate suitability between the model and the system. The results of this research conclude that LQR-PID provides more stable performance for DC motor applications compared to LQR. Based on research carried out in plant simulations with an LQR PID control system, it has a settling time value of 2.5 seconds and a rise time of 2 seconds. Meanwhile, plants with an LQR control system have a settling time of 1.1 seconds and a rise time of 1.05 seconds. Even though plants with an LQR control system have faster settling times and rise times, the resulting response is more stable using the LQR PID control system. In an LQR system the response after reaching steady state tends to be higher than the set point.</i></p> <p>Keywords— Motor DC, <i>LQR</i>, <i>PID</i>, Matlab</p>

## I. PENDAHULUAN

Penggunaan mobil listrik dari tahun ke tahun semakin meningkat. Hal tersebut terjadi karena tumbuhnya kesadaran masyarakat terhadap lingkungan. Salah satu komponen dari kendaraan listrik adalah motor listrik. Motor DC pada kendaraan listrik bekerja sebagai sistem servo dengan

kecepatan motor dipertahankan konstan sesuai kebutuhan [1].

Sistem kendali telah memegang peranan yang sangat penting dalam perkembangan ilmu dan teknologi. Peranan sistem kendali meliputi semua bidang kehidupan. Dalam peralatan, misalnya proses pada industri pesawat terbang, peluru kendali, pesawat ruang angkasa, dan lain-lain.

Sedangkan dalam bidang non teknis meliputi bidang biologi, ekonomi, sosial, kedokteran, dan lain-lain. Sistem kendali yang semakin berkembang dapat meningkatkan kinerja sistem, kualitas produksi, dan menekan biaya produksi. Sistem kendali dapat dikatakan sebagai hubungan antara komponen yang membentuk sebuah konfigurasi sistem, yang akan menghasilkan tanggapan sistem yang diharapkan. Jadi harus ada yang dikendalikan, yang merupakan suatu sistem fisis, yang biasa disebut dengan kendalian.

Sistem kendali modern adalah suatu pendekatan dalam teori kendali yang bertujuan untuk merancang sistem kendali sehingga kinerja sistem tersebut memenuhi kriteria optimal yang telah ditentukan. Tujuan utama dari kendali optimal adalah untuk meminimalkan atau memaksimalkan suatu fungsi biaya atau kriteria performa dengan cara yang efisien dan efektif [2].

Beberapa konsep kunci dalam sistem kendali optimal meliputi, *Linear Regulator Quadratic* adalah salah satu contoh sistem kendali modern. LQR sendiri merupakan sistem kendali yang

Penambahan sistem pengendali pada plant diharapkan dapat menjaga nilai *output* sistem seperti yang diharapkan. Oleh karena itu, diperlukan sistem pengendali yang mampu menolerir kesalahan tersebut pada batasan tertentu. Kontrol optimal menjadi salah satu pendekatan kontrol modern yang diterapkan pada motor DC untuk mengatur kecepatan dengan mengintegrasikan optimisasi ke desain pengontrol yang tidak optimal [3] [4].

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Motor DC

Motor DC merupakan perangkat elektromagnetis yang mempunyai prinsip kerja mengubah energi listrik menjadi energi mekanik. Motor DC sendiri merupakan salah satu jenis motor yang menggunakan energi listrik arus searah atau direct current untuk kemudian diubah menjadi gerakan rotasional. Penggunaan motor DC lebih mendominasi daripada penggunaan motor AC karena kecepatan motor – motor DC mudah diatur serta banyaknya metode – metode yang dapat diterapkan. Pengukuran pada motor DC terdiri dari dua variable yaitu kecepatan dan arus. Pengukuran kecepatan menggunakan tachometer dan *digital encoder*, sedangkan untuk pengukuran arus menggunakan *Hall Effect* atau *shunt resistor*.

Motor DC terdiri atas beberapa bagian yaitu kumparan jangkar (*armature*), magnet permanen, komutator (*commutator*), dan sikat (*brush*). Stator adalah bagian yang tidak bergerak (statis) dan rotor adalah bagian yang berputar. Prinsip kerja sistem motor DC yaitu magnet permanen sebagai stator tersusun dari dua magnet yang memiliki kutub berbeda yang saling berhadapan. Jika terjadi putaran pada kumparan jangkar dalam medan magnet maka akan timbul tegangan yang berubah – ubah arah pada setiap setengah putaran, sehingga dapat disebut tegangan bolak balik. Magnet permanen berfungsi sebagai penghasil medan magnet. Komutator merupakan bagian dari rotor yang terletak pada kedua ujung kumparan jangkar yang berfungsi untuk mengumpulkan arus induksi dari jangkar kemudian mengubahnya menjadi arus searah. Sedangkan sikat berfungsi untuk menyalurkan arus listrik dari sumber di luar motor ke dalam kumparan jangkar. Kumparan jangkar

sebagai rotor motor digambarkan sebagai sebuah kawat yang memiliki bentuk persegi panjang dan berfungsi untuk merubah energi listrik menjadi energi mekanik dalam bentuk gerak putar.

B. Pengukuran

Pengukuran adalah serangkaian kegiatan yang bertujuan untuk menentukan nilai suatu besaran dalam bentuk angka. Pengukuran tidak hanya terbatas pada kuantitas fisik, tetapi juga dapat diperluas untuk mengukur hampir semua benda yang bisa dibayangkan. Mengukur adalah membandingkan parameter pada obyek yang diukur terhadap besaran yang telah distandarkan. Pengukuran merupakan suatu usaha untuk mendapatkan informasi deskriptif-kuantitatif dari variabel-variabel fisika dan kimia suatu zat atau benda yang diukur, misalnya panjang 1m atau massa 1 kg dan sebagainya [5].

C. Sistem Kendali

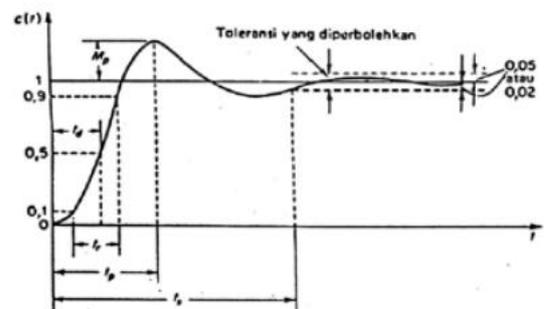
Sistem Pengendalian dibagi menjadi dua bagian yaitu sistem loop terbuka dan sistem loop tertutup. Berikut di bawah ini adalah gambar dari penjelasan sistem loop terbuka dan sistem loop tertutup.



Gambar 1. Diagram blok sistem kendali

Pada gambar di atas dapat dilihat bahwa nilai masukan (*input*) atau nilai referensi langsung diproses oleh sistem kontrol atau pengendali, kemudian sistem kontrol tersebut akan memberikan sinyal control kepada plant atau sitem untuk memberikan nilai keluaran (*output*) yang diinginkan. Pada sistem ini nilai keluaran dari sistem atau plant tidak akan mempengaruhi nilai masukan.

Tujuan utama dari sistem pengendalian adalah mendapatkan nilai unjuk kerja yang optimal pada sebuah sistem yang dirancang. Untuk mendapatkan hasil yang optimal, maka sistem kontrol melakukan beberapa tindakan yaitu berupa pengukuran, perbandingan, perhitungan dan perbaikan [6].



Gambar 2. Grafik Karakteristik Respon

Gambar 2 di atas menunjukkan respon dari sistem yang dikendalikan untuk mencapai nilai masukan atau *setpoint* yang diinginkan. Nilai toleransi yang diperbolehkan pada sebuah sistem adalah sebesar 2% - 5 % dari *setpoint*.

Berikut merupakan karakteristik dalam identifiaksi respon sistem orde 2

- a. Waktu Tunda / *Delay Time* ( $t_d$ )

Waktu yang dibutuhkan respon sistem untuk mencapai 50% atau setengah dari *steady state*.

- b. Waktu Naik / *Rise Time* ( $t_r$ )  
Waktu yang dibutuhkan respon sistem untuk naik dari 10% sampai 90%, 5% sampai 95% atau 0% sampai 100% dalam mencapai *steady state*.
- c. Waktu Puncak / *Peak Time* ( $t_p$ )  
Waktu yang dibutuhkan untuk mencapai puncak pertama kali.
- d. Waktu Tunak / *Settling time* ( $t_s$ )  
Waktu yang diperlukan respon sistem untuk mencapai keadaan stabil dengan toleransi yang biasanya 2% atau 5%.
- e. *Error Steady State*  
Kesalahan yang merupakan selisih antara keluaran dan nilai setpoint.

D. *Linear Quadratic Regulator (LQR)*

Sistem kendali optimal adalah suatu pendekatan dalam teori kendali yang bertujuan untuk merancang sistem kendali sehingga kinerja sistem tersebut memenuhi kriteria optimal yang telah ditentukan. Tujuan utama dari kendali optimal adalah untuk meminimalkan atau memaksimalkan suatu fungsi biaya atau kriteria performa dengan cara yang efisien dan efektif. Sistem kendali optimal sering kali melibatkan pengendalian sistem dinamis di mana keadaan sistem berubah seiring waktu. Tujuan adalah untuk menentukan strategi kontrol yang optimal pada setiap titik waktu.

*Linear Quadratic Regulator (LQR)* adalah metode dalam teori kendali optimal yang digunakan untuk merancang pengendali optimal untuk sistem dinamis linier dengan fungsi biaya kuadrat. LQR adalah teknik yang sangat penting dalam sistem kendali karena memberikan solusi analitis untuk masalah kendali optimal dalam konteks sistem linier dan biaya kuadrat [7] [8].

Beikut adalah komponen utama dari LQR,

- a. Sistem Dinamis Linear  
LQR dirancang untuk sistem yang dinyatakan dengan persamaan keadaan linier:  
 $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$  (1)  
Dimana,  $\dot{x}(t)$  adalah vektor keadaan system,  $u(t)$  adalah vektor kontrol, A adalah matriks sistem, dan B adalah matriks kontrol.
- b. Fungsi Kuadrat  
Tujuan LQR adalah untuk meminimalkan fungsi biaya yaitu,  
 $J = \int_0^{\infty} (x^t Qx + u^t Ru) dt$  (2)  
Dimana, Q dan R adalah matriks positif semidefinite yang mendefinisikan bobot biaya untuk *state space* dan kontrol.
- c. Kontrol Optimal  
Dalam LQR, kontrol optimal  $u(t)$  dirancang untuk meminimalkan fungsi biaya. Kontrol ini biasanya dalam bentuk umpan balik keadaan linier:  
 $u(t) = -Kx(t)$  (3)  
di mana K adalah matriks umpan balik yang dirancang untuk meminimalkan fungsi biaya.
- d. Solusi Matematika

LQR menyediakan solusi analitis untuk matriks K dengan memecahkan masalah *Riccati*. Matriks K ditemukan dengan menyelesaikan persamaan *Riccati diferensial* atau aljabar:

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (4)$$

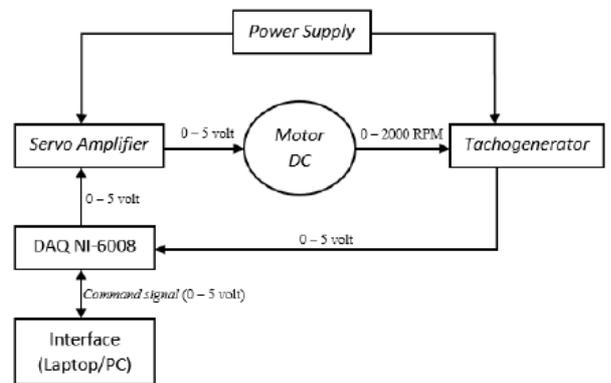
Dimana P adalah matriks penyelesaian persamaan Ricatti.

III. METODOLOGI PENELITIAN

Penelitian ini akan dimulai dengan beberapa tahapan pelaksanaannya diantaranya: perumusan masalah, studi literatur, pengambilan data, identifikasi sistem, perancangan system kendali kemudian analisis respon.

A. Pemodelan Sistem Motor DC

Sebelum perancangan sistem kendali, hal yang terlebih dulu dilakukan ada pemodelan sistem. Pemilihan model dilakukan dengan metode parametrik berdasarkan data masukan dan data keluaran dari *plant* motor tersebut. Sistem servo modular motor DC dirancang seperti pada gambar agar dapat diperoleh data masukan dan data keluaran.



Gambar 3. Diagram blok set up sistem servo modular motor DC

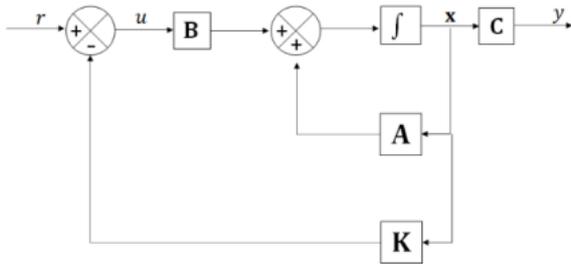
Data yang akan digunakan pada penelitian ini adalah data masukan tegangan dan keluaran yang berupa nilai putaran torsi serta arus. Berdasarkan pemodelan yang telah dilakukan maka didapatkan *state space* sistem sebagai berikut,

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_i} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{K_i}{\tau_i} \\ \frac{K_i}{\tau_i} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{5} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{0.01} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2.8}{5} \\ \frac{0.99}{0.01} \end{bmatrix} V \quad (6)$$

B. Perancangan Sistem LQR

*Linear Quadratic Regulator (LQR)* adalah suatu metode kendali modern, dimana sistem yang dikendalikan dibuat menjadi bentuk *state space* sehingga pengendalian dapat dilakukan dari beberapa masukan dan keluaran. LQR disebut linier karena model dan bentuk kontrolnya linear, sedangkan LQR disebut *quadratic* karena *cost function* pada sistem kendali ini berbentuk kuadratik [8] [9].



Gambar 4. Diagram Blok *Linear Quadratic Regulator*

Gambar 4 merupakan bagan dari sistem kendali LQR, dengan persamaan *state space* pada persamaan (7) dan (8), sedangkan persamaan indeks performansi pada persamaan (9). Dimana Q adalah matriks *definit positif* dan R adalah matriks *definit positif*. Sistem kendali ini bertujuan untuk meminimalkan indeks performansinya sehingga diharapkan system lebih stabil [9] [10].

$$x(t) = Ax(t) + u(t) \tag{7}$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \tag{8}$$

$$J = \int_0^{\infty} (x^t Qx + u^t Ru) dt \tag{9}$$

Berdasarkan system seperti persamaan (7) nilai matriks K dapat ditentukan dari persamaan kendali optimal seperti pada persamaan. Nilai matriks P didapatkan dengan cara menyelesaikan persamaan Aljabar Ricatti seperti berikut,

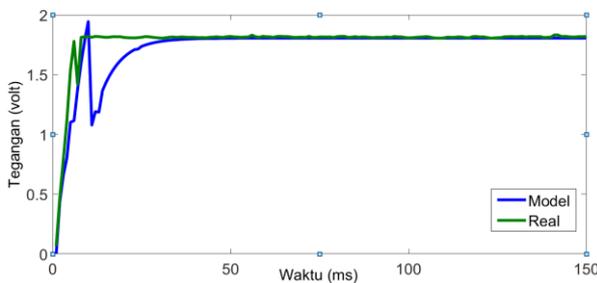
$$u(t) = -(R^{-1}B^T P)x(t) = -Kx(t) \tag{10}$$

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \tag{11}$$

#### IV. ANALISIS DATA

##### A. Uji Validasi Model

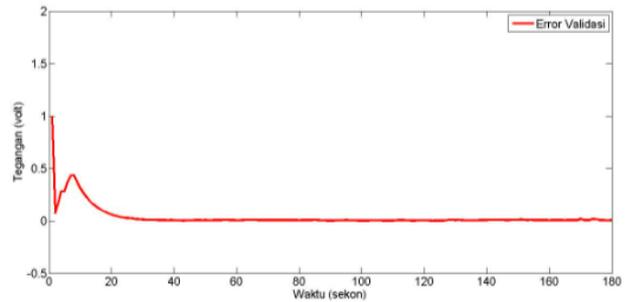
Pada tahap *set-up* motor servo serta pengambilan data motor DC, kemudian dilakukan tahap identifikasi dengan metode parametrik sehingga diperoleh persamaan fungsi alih dari plant servo motor DC. Validasi dilakukan dengan membandingkan grafik keluaran model sistem servo dengan keluaran sistem servo secara langsung. Pada Gambar 5 merepresentasikan grafik validasi sistem servo motor DC.



Gambar 5. Hasil Validasi Respon

Gambar 5 menunjukkan dua grafik yaitu grafik berwarna hijau yang merepresentasikan keluaran tegangan dari motor DC secara realtime dan grafik berwarna biru merepresentasikan keluaran tegangan dari model servo motor DC yang telah diperoleh. Validasi dilakukan dengan memberikan nilai tegangan sebesar 2 volt. Berdasarkan gambar 5 dapat diketahui pada waktu ke 5 hingga 36 detik terdapat perbedaan yang besar antara keluaran realtime dengan keluaran hasil pemodelan

motor DC, tetapi pada detik berikutnya grafik antara model dan sistem realtime saling mendekati sehingga model motor DC tersebut sudah dapat merepresentasikan sistem secara *realtime*.

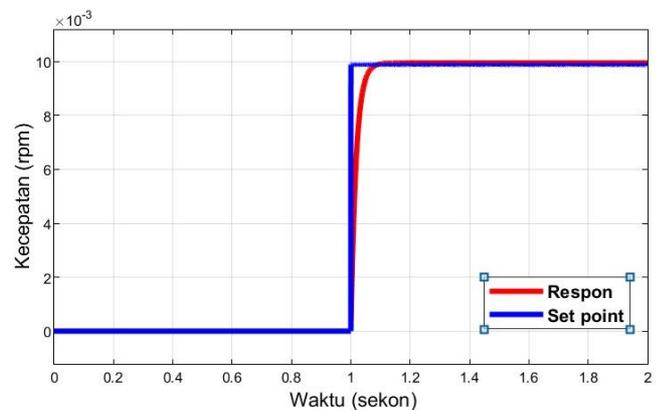


Gambar 6. Grafik Error Validasi

Gambar 6 yaitu grafik plot nilai error hasil validasi keluaran sistem *realtime* dengan keluaran model motor DC yang telah diperoleh. Berdasarkan, gambar 4.2 dapat dilihat pada 35 detik grafik menunjukkan nilai mendekati 0 yang berarti hasil validasi antara keluaran model dengan keluaran sistem secara realtime memiliki selisih nilai yang kecil Berdasarkan pada persamaan (3.5) maka didapatkan nilai MAPE sebesar 0.034. Sehingga dapat disimpulkan dengan kriteria error sebesar 5 % , model yang dipilih dianggap merepresentasikan sistem *real* karena memiliki nilai error rata – rata kurang dari 5%.

##### B. Hasil Simulasi Sistem Kendali LQR

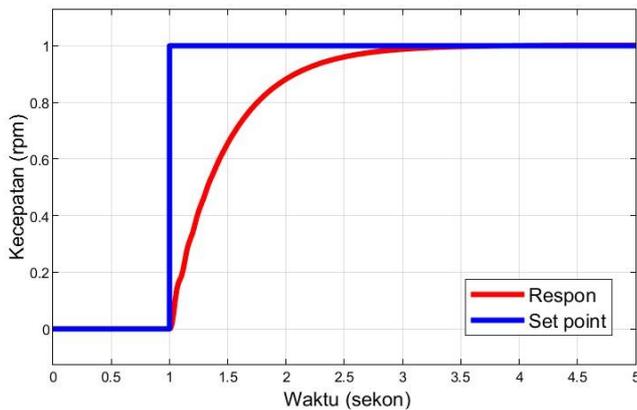
Berdasarkan simulasi yang telah dilakukan didapatkan respon pada Gambar 7. Nilai K yang dibutuhkan pada perancangan dicari menggunakan software Matlab [10]. Pada gambar tersebut dapat dilihat bahwa respon sistem dapat mencapai *set point* bahkan sedikit melebihi *set point* tetapi sistem bekerja relatif stabil. Respon menunjukkan mencapai *set point* atau waktu *settling time* pada waktu 1.1 sekon. Waktu *rise time* pada grafik dapat dilihat pada waktu 1.05 sekon. Kemudian dirancang system kendali LQR yang ditambahkan dengan PID [11] [12]. Nilai PID didapatkan menggunakan metode *tuning*. Penambahan PID mengakibatkan perubahan hasil grafik yang dapat dilihat pada gambar 8.



Gambar 7. Hasil Simulasi dengan Sistem Kendali LQR

##### C. Hasil Simulasi Sistem Kendali LQR-PID

Pada gambar 8 dapat dilihat respon iystem lebih mendekati atau mencapai *set point* daripada gambar 7. *Settling time* pada gambar 8 dicapai pada waktu 2.5 sekon, sedangkan *rise time* dicapai pada waktu 2 sekon. Nilai *settling time* dan nilai *rise time* pada gambar 8 lebih lama tercapai daripada grafik pada gambar 7. Tetapi responnya cenderung lebih stabil. Pada gambar 7 respon sistem masih ada sedikit error dengan nilai *set point* sedangkan pada gambar 8 nilai respon stabil sama dengan *set point*.



Gambar 8. Hasil Simulasi dengan Sistem Kendali LQR-PID

## V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil simulasi sistem kendali antara LQR dan LQR PID maka, Simulasi plant dengan sistem kendali LQR PID mempunyai nilai *settling time* 2.5 sekon dan *rise time* 2 sekon. Sedangkan plant dengan sistem kendali LQR mempunyai *settling time* dengan waktu 1.1 sekon dan *rise time* 1.05 sekon. Sistem kendali menggunakan LQR mendapatkan respon dengan waktu *settling time* dan *rise time* lebih cepat tetapi cenderung memiliki nilai diatas *set point*. Penambahan nilai PID pada sistem kendali LQR membuat respon sistem lebih stabil meskipun waktu *settling time* dan *risetime* lebih lama. Ini terjadi karena komponen PID (Proporsional, Integral, dan Derivatif) memperhalus respons sistem terhadap perubahan dan mengurangi osilasi dengan lebih baik dibandingkan kendali LQR.

## REFERENSI

- [1] A. Ahmad, "Speed control of a DC motor using Controllers," *Automation, Control and Intelligent System*, 2014.
- [2] A. Budiyanto and A. I. Ekaputri Supriyo, "Perbandingan Metode PID, MPC, dan LQR pada Sistem Pemanas Air Bottle Washer Berbasis Matlab," *Asian Journal of Innovation and Entrepreneurship*, 2020.
- [3] K. B. Prasetyo, E. I. G. Putu Asto and L. Anifah, "Desain Sistem Kontrol Kecepatan Motor DC Dengan Metode Optimization Genetic Algorithm pada Lift Konvensional," *Indonesian Journal of Engineering and Technology*, 2021.

- [4] Y. Y. Nazaruddin, F. and I. N. A. I. Mandala, "Optimisasi Pengontrol LQR menggunakan Algoritma Stochastic Fractal Search," *Seminar Nasional Instrumentasi, Kontrol dan Otomasi*, 2018.
- [5] B. J.P, *Principles of Measurement Systems Fourth Edition.*, 2005.
- [6] I. Hudati, N. I. Wijayakusuma, A. Y. Ismail, A. A. Paripurna Barus and H. Budianto, "Kontrol Motor DC dengan Kendali Linear Quadratic Regulator dan Filter Kalman Menggunakan GUI Matlab," *Jurnal Listrik, Instrumentasi, dan Elektronika Terapan*, 2023.
- [7] A. R. Hasibuan, *Perancangan LQR-PID Untuk Mengendalikan Level Sistem Knock Out Gas Drum pada Pengolahan Liquefied Natural gas*, Pekanbaru: Universitas Islam negeri Sultan Syarif Kasim Riau, 2017.
- [8] M. Ridwan, "Perbandingan Sistem Kendali Pid Dan Kendali Lqr Pada Sistem Suspensi Aktif Bus (1/4) Menggunakan Simulasi Matla," *Jurnal Sains dan Ilmu Terapan*, 2019.
- [9] Prasetyo, Putu Asto and Anifah, *Desain Sistem Kontrol Kecepatan Motor DC Dengan Metode Optimization Genetic Algorithm pada Lift Konvensional*", 2016.
- [10] K. Anurag and S. Kamlu, "Design of LQR-PID controller for linearized magnetic levitation system," 2018.
- [11] A. Jose, C. Augustine, S. Mohanan Malola and K. Chacko, "Performance Study of PID Controller and LQR Technique for Inverted Pendulum," 2015.
- [12] A. E.A., R. M.Z.A. and S. Marizan, "A COMPARISON OF PID AND LQR CONTROLLERS FOR," 2017.